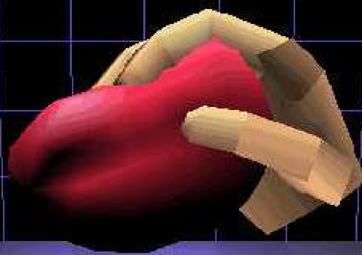
Computação Gráfica e Realidade Virtual



Prof. Dr. Alexandre Cardoso

www.compgraf.ufu.br/alexandre
alexandre@ufu.br

Realidade Virtual - Sinopse

- Conceitos Iniciais
- Aplicações
- Equipamentos para RV
- Fundamentos de Computação Gráfica
- RV não imersiva
- RV imersiva
- Telepresença
- Realidade Aumentada

Tópicos de Computação Gráfica

- Sistemas de Coordenadas
- Aliasing
- Transformações Geométricas
  - Translação
  - Rotação
  - Escala
  - Matriz de transformação
- Projeções

Tópicos de Computação Gráfica

- Nível de detalhamento
- Tratamento de linhas escondidas
- Sombreamento
  - Constante
  - Gouraud
  - Phong
- Animações

Sistemas de Coordenadas

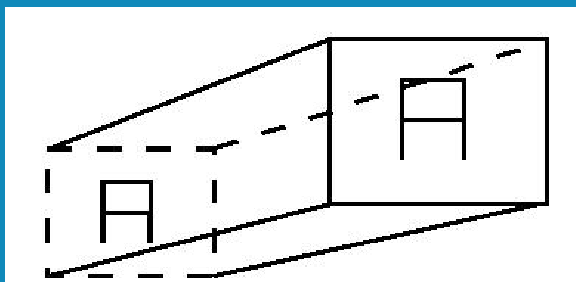
- Dispositivo físico: grade retangular de localizações endereçáveis: ‘display rectangle’ ou ‘graphics i/o rectangle’
  - Parâmetros importantes
    - ndh => Nº de localizações gráficas endereçáveis horizontalmente;
    - ndv => Nº de localizações gráficas endereçáveis verticalmente;
    - width => a largura física de retângulo em milímetros;
    - height => a altura física de retângulo em milímetros.

Sist. Coordenadas do usuário - WC

- Sistema que o usuário escolhe para trabalhar;
- frequentemente: cartesiano / polar;
- objeto: definido no sistema do usuário e deve ser convertido para o sistema de coord. do equipamento
- Janela: porção que aparece na tela do equipamento:
  - Window (min_x, max_x, min_y, max_y);
- janela pode apresentar uma parte do objeto, o objeto todo ou pode estar vazia.

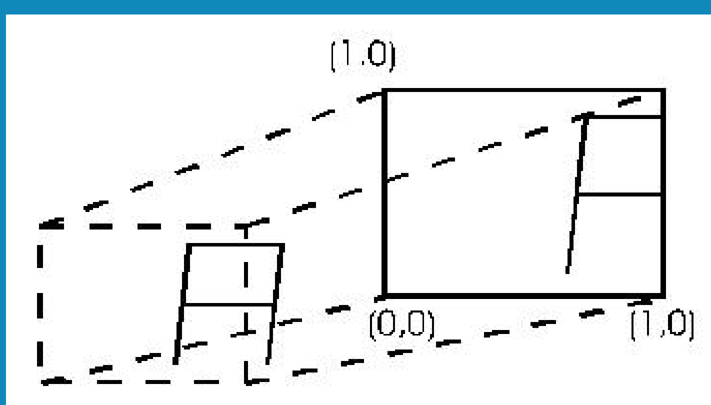
Janelas - Windows

- clipping => efeito pelo qual há uma porção visível do objeto na janela e porções invisíveis de objeto fora da janela.



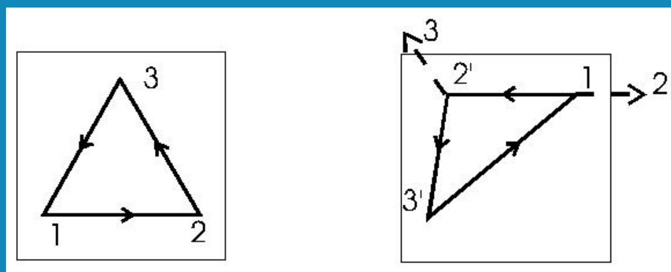
No Clipping

Clipping



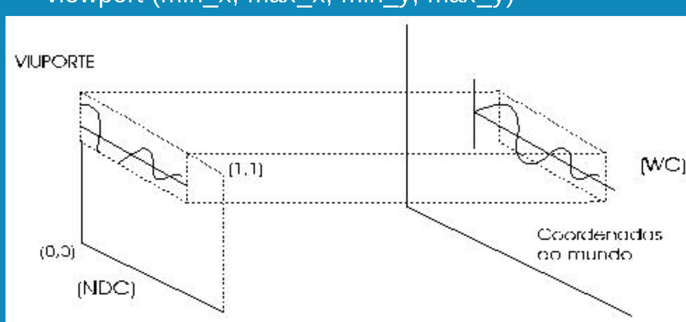
wraparound

- Uso de escalas diferentes: problemas relativos a alterações nos desenhos quando o dispositivo de saída é alterado



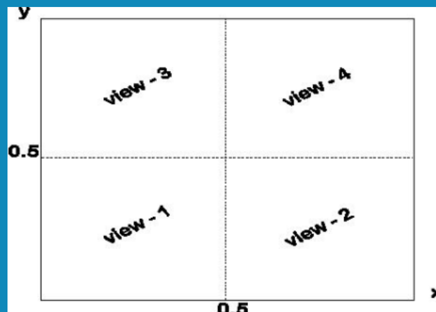
Sist. Coordenadas Normalizadas - NDC

- Normalização: evitar os problemas anteriores
  - coordenadas: variam de 0.0 a 1.0
  - viewport: posição da tela sobre a qual a janela e todo o seu conteúdo é mapeada
  - viewport (min_x, max_x, min_y, max_y)



Sist. Coordenadas Normalizadas

- Exemplo:
  - sejam quatro viewport definidas por:

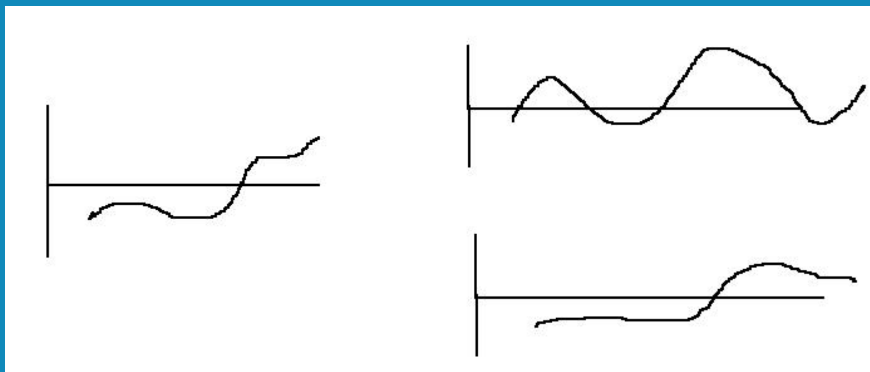


VIEWPORT-1 (0.0 , 0.5 , 0.0 , 0.5) VIEWPORT-2(0.5 , 1.0 , 0.0 , 0.5)
VIEWPORT-3 (0.0 , 0.5 , 0.5 , 1.0) VIEWPORT-4(0.5 , 1.0 , 0.5 , 1.0)

viewport

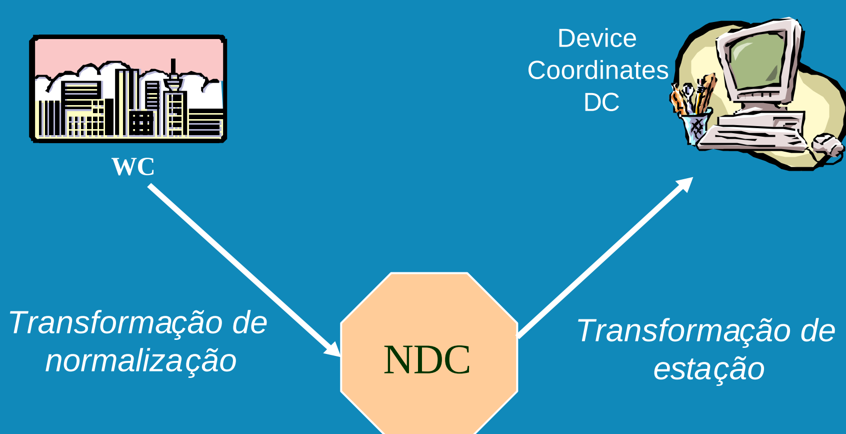
- Obs: *Pode ser que o mapeamento para uma **viewport** gere soluções com desfiguração de imagem caso os **aspect ratios** da **window** e **viewport** não correspondam, isto é, as dimensões dos lados da janela não correspondem as dimensões de lados da **viewport**. O mapeamento da lados das WC para as NDC produz a imagem com escalas diferentes.*

viewport



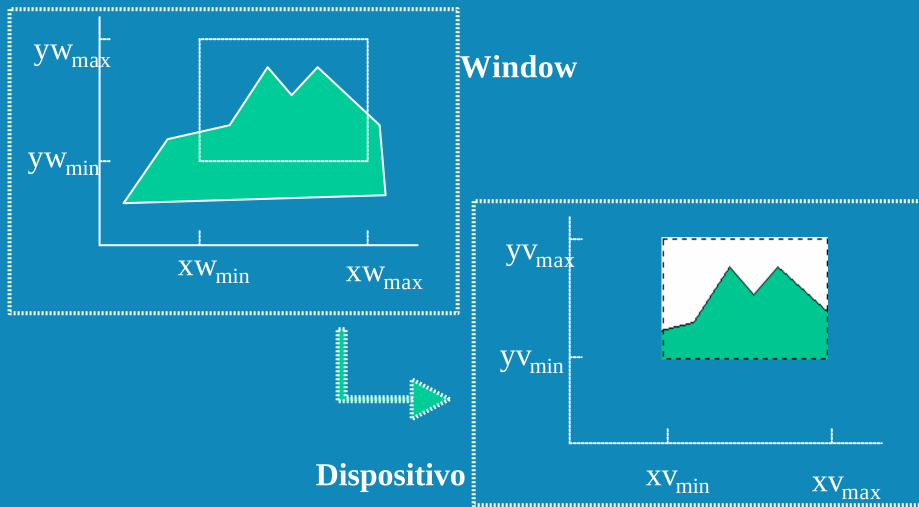
Janelas e viewport com diferentes *aspect ratio*

Transformação WC-NDC



Realidade Virtual - Prof. Dr. Alexandre Cardoso

Transformações



Transformação de Normalização

- fórmulas que surgem da proporcionalidade, ou seja, de um posicionamento relativo de um ponto na janela deve refletir no ponto correspondente na viewport
  - Por interpolação, obtém-se:

=> $$\frac{XW - XWmin}{XWmax - XWmin} = \frac{XN - XNmin}{XNmax - Xnmin}$$

=> $$XN = \left(\frac{XW - XWmin}{XWmáx - XWmin}\right)*(XNmáx - XNmin) + Xnmin$$

=> $$XN = \left(\frac{XNmáx - XNmin}{XWmáx - XWmin}\right)*(XW - XWmin) + XNmin$$

Transformação de Normalização

- Finalmente, teríamos:

$\boxed{XN = XNmin + \text{fat-vis-x} \; (*) \; (XW - XWmin)}$ ou:

$XN = Sx.(XW - XWmin) + XNmin$

onde, Sx = fator de escala window/viewport

- Analogamente, para y, teríamos:

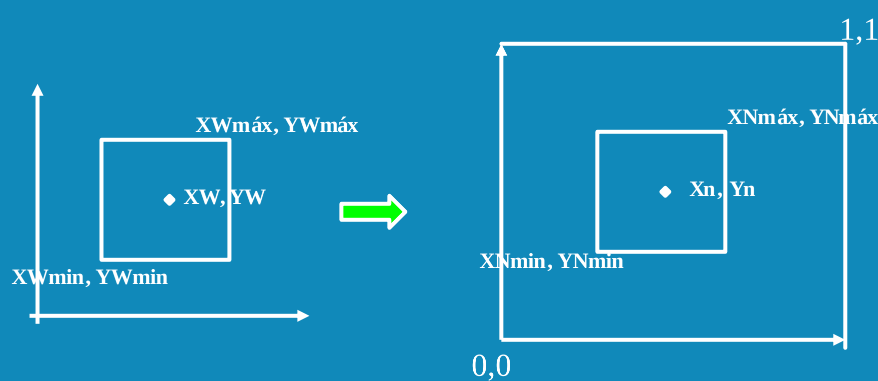
$\boxed{YN = YNmin + \text{fat-vis-y} \; . \; (YW - YWmin)}$

* os fatores de visualização seriam do tipo:

$$\boxed{\text{fat-vis-y} = \frac{YNmáx - YNmin}{YNmax - YWmin}}$$

Transformação de Normalização

Graficamente:



Transformação de Estação

- É obtida com:

```
map-ndc-dc(Xn,Yn,Xd,Yd):-
        XD1 is Xn*NPX,
        YD1 is  Yn*NPV,
        round(Xd1,0,XD2),
        round(Yd1,0,YD2),
        XD is integer(XD2),
        YD is NPV - integer(YD2).
```

onde: **round(X, N, Xz)** => arredonda X com N casas decimais, devolvendo o resultado e Xz.

Obs: NPX = ndh - 1; NPY - ndv - 1

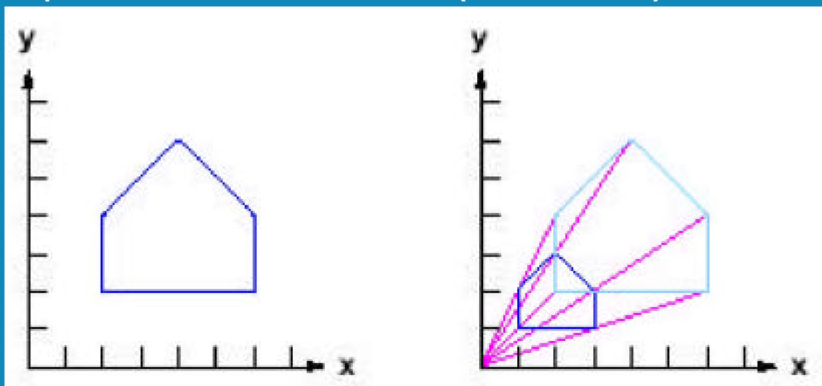
CGA - ndh - 640 ; ndv = 200 (baixa resolução)

Transformações Geométricas

- Operações matemáticas para alterar uniformemente o aspecto de um desenho
- não devem comprometer a estrutura do desenho, e sim o aspecto que o mesmo terá após a transformação
- Três tipos fundamentais:
  - escala
  - translação
  - rotação

Escala

- Multiplicação de todas as coordenadas por fatores de escala (não-nulos)



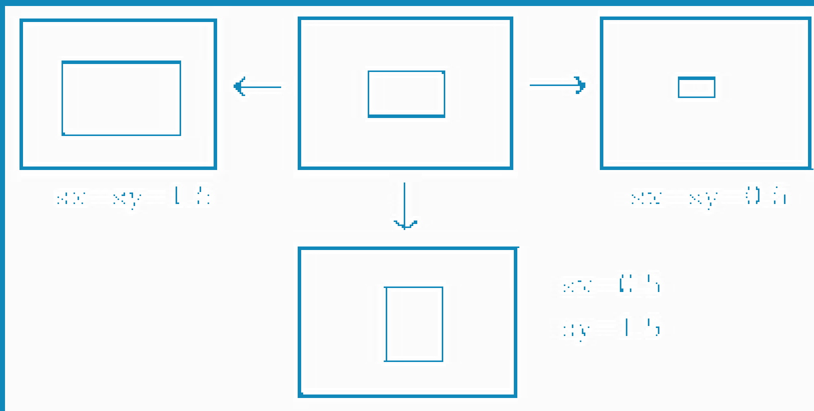
Escala

$$\begin{cases} x' = Ex \cdot x \\ y' = Ey \cdot y \end{cases} \Longrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ex & 0 \\ 0 & Ey \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\text{obs:} \begin{cases} \text{E} > 1 \Rightarrow \text{Ampliação da imagem} \\ 0 < \text{E} < 1 \Rightarrow \text{redução da imagem} \\ \text{E} < 0 \Rightarrow \text{Espelhamento} \end{cases}$$

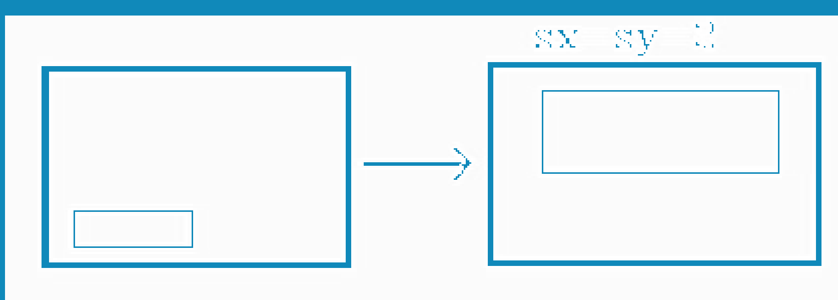
Escala

Exemplos de fatores de escala:



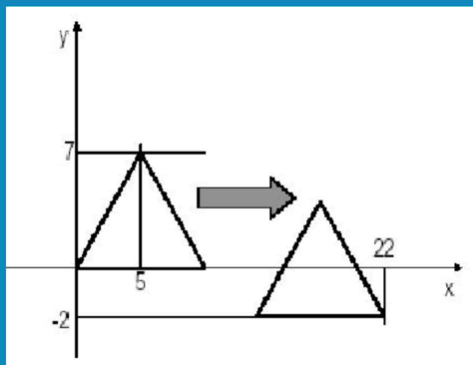
Escala

- Problema: posição do objeto



Translação

- Movimentação da figura para outra posição no sist. de coordenadas: todos os pontos da imagem são deslocados de uma mesma distância:



Translação

$$\begin{cases} x' = x + Tx \\ y' = y + Ty \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

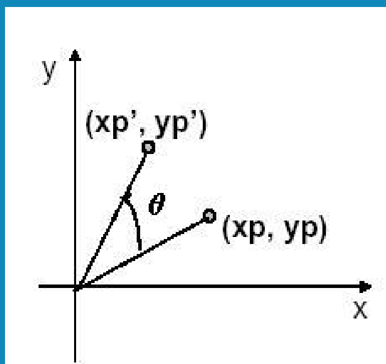
Observações:

• Fatores podem ser diferentes para x e y

• suponha uma linha: nº muito grande de pontos: grande consumo de tempo - solução: translação aplicada aos pontos iniciais e finais da linha

Rotação em torno da origem

- Movimentação da figura para outra posição, de forma que todos os pontos da imagem mantenham a mesma distância da origem, findo o processo



$$\begin{cases} x' = x \cdot \cos\theta - y \cdot \mathrm{sen}\,\theta & \text{(I)} \\ y' = y \cdot \cos\theta + x \cdot \mathrm{sen}\,\theta & \text{(II)} \end{cases}$$

θ: *ângulo medido no sentido horário.*

Matrizes de Transformação

- Se os pontos são tratados com coordenadas homogêneas, todos as transformações podem ser tratadas como multiplicações;
- Em coordenadas homogêneas, um ponto é tratado com um vetor de 3 valores (tripla) ⇒ (x, y, w). O ponto transformado é representado por (x', y', w'). W é colocado para dar consistência nos cálculos

Matrizes de Transformação: Escala

- Matriz de Escala:

$$E = \begin{bmatrix} Ex & 0 & 0 \\ 0 & Ey & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathrm{x}' & \mathrm{y}' & \mathrm{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 & w \end{bmatrix}$$

Matrizes de Transformação: Translação

- Matriz de Translação:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ou:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de Transformação: Rotação

- Matriz de Rotação:

1. $$\begin{bmatrix} \cos q & \operatorname{sen} q & 0 \\ -\operatorname{sen} q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathrm{R}$$

para usar como:

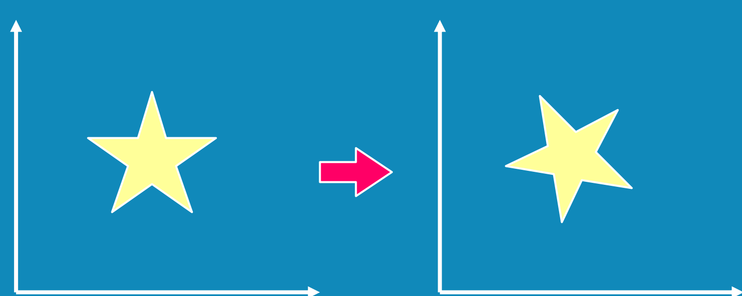
$$[\mathrm{x}' \quad \mathrm{y}' \quad \mathrm{w}] = [x \quad y \quad w] \cdot R$$

2. $$\mathrm{R} = \begin{bmatrix} \cos q & -\operatorname{sen} q & 0 \\ \operatorname{sen} q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

para usar como:
P'= R(q) . P

Combinação das Transformações

Suponha a rotação de um objeto em torno de um ponto qualquer, como pode ser visto em:



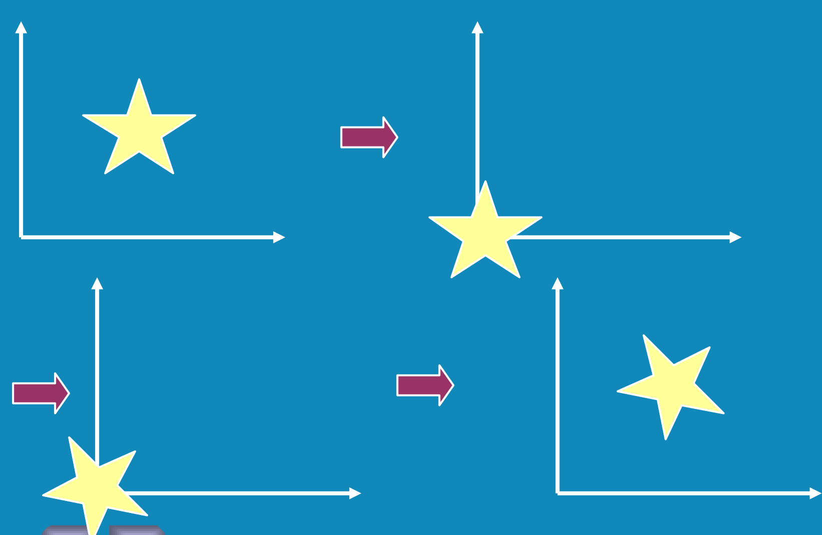
As matrizes apresentadas não possibilitam tal processo de forma direta: devemos combiná-las!!!

Combinação das Transformações

- Seria necessário uma combinação das transformações:
  - translada o objeto para a origem
  - rotaciona do ângulo desejado
  - faz-se nova translação para a posição original

Proposição: desenvolver o processo de forma a acomodar a transformação em uma só matriz!!

Combinação das Transformações



Combinação das Transformações

- Seja a transformação:

$$(x,y)\xrightarrow{\text{transf. com uso de } M_1}(x_1,y_1)\xrightarrow{\text{transf. com uso de } M_2}(x_2,y_2)$$

Existe a matriz que promove a transformação diretamente, dada pelo produto $m_1.m_2$.

- Obs: o produto das matrizes não é comutativo, logo:

$$m_1.m_2 \neq m_2.m_1$$

- A ordem das transformações afeta fortemente o resultado final
- a utilização de uma única matriz representa ganho de eficiência

No exemplo dado

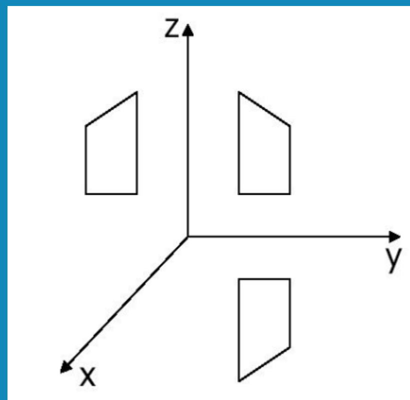
A combinação das transformações seria dada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_1 & -y_1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos q & \operatorname{sen} q & 0 \\ -\operatorname{sen} q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} = T_T$$

Chegamos à seguinte matriz:

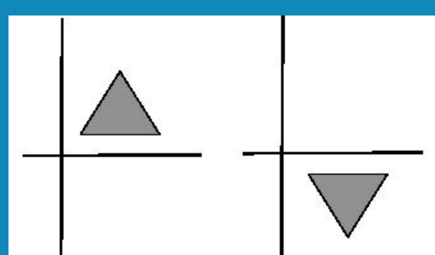
$$T_T = \begin{bmatrix} \cos q & \operatorname{sen} q & 0 \\ -\operatorname{sen} q & \cos q & 0 \\ x_1(1-\cos q) + y_1.\operatorname{sen} q & y_1(1-\cos q) - x_1 \operatorname{sen} q & 1 \end{bmatrix}$$

Espelhamento



Espelhamento

- Produção de imagens simétricas com uso de transformações de escala com fatores negativos:

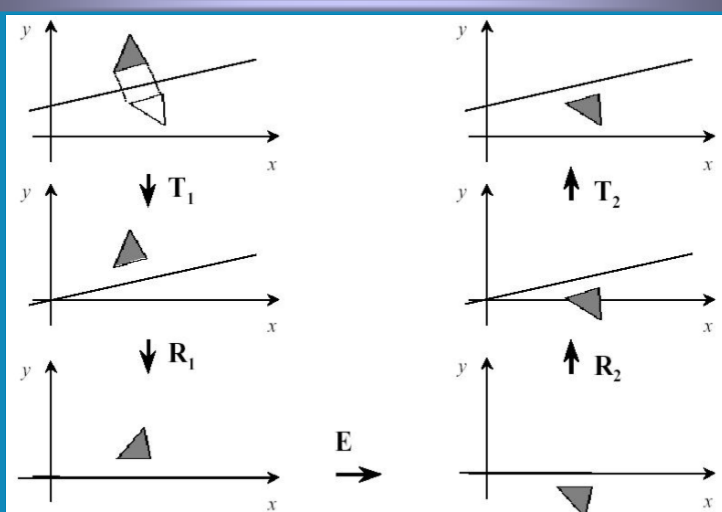


c/ relação a **x** => Ex = 1 ; Ey = -1
c/ relação a **y** => Ex = -1 ; Ey = 1
c/ relação a **x** e **y** => Ex = -1 ; Ey = -1

Espelhamento - reta qualquer

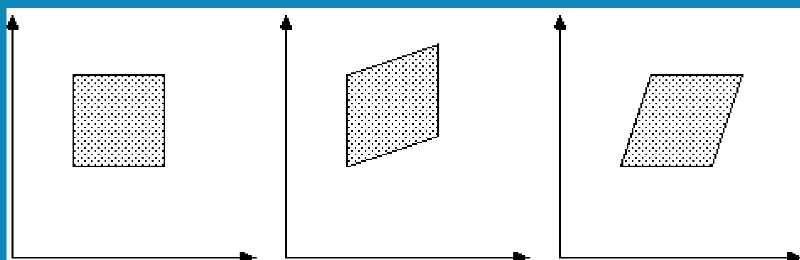
- Traslada-se a figura de modo que um dos pontos da reta de simetria vá para a origem;
- Rotaciona-se a figura até que a reta de simetria se torne paralela à um dos eixos do sistema de coordenadas;
- Espelha-se a figura em relação ao eixo que, neste instante, coincide com a reta de simetria. Caso, seja o eixo Y, usa-se Ex = -1; Ey - 1;
- Rotaciona-se a figura em um ângulo oposto ao aplicado em <u>b</u> -de forma a retornar a reta de simetria à sua posição original
- Transladar a figura com constantes de deslocamento opostas às aplicadas em <u>a</u> , de modo a voltar a reta de simetria à sua posição

Espelhamento - reta qualquer



Cisalhamento - shear

- Distorce a forma do objeto, através da aplicação de escala a uma dada coordenada, em detrimento de outra:



Cisalhamento em Y   Cisalhamento em X

Cisalhamento - shear

- Matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ shx & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & shy & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cisalhamento em X   Cisalhamento em Y

Considerações sobre eficiência:

Uma combinação de matrizes de rotação (R), escala (S) e transformação (T) pode produzir uma matriz de forma:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & Tx \\ r_{21} & r_{22} & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

chegando a muitas operações: 9 multiplicações e 6 adições, podemos exigir menos operações com a exclusão da última linha, chegando a:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}_{(2\,X\,3)} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Transformações Geométricas 3D

- Em 3D, um ponto é representado por 3 coordenadas (x,y,z)
- Em coordenadas homogênas, teríamos 4 coordenadas: Matrizes 4x4
- Transformações:
  - rotação
  - escala
  - translação
  - espelhamento

Observações Iniciais

- Representação das imagens: equipamento 2D;
- idéia básica: trabalhar com algoritmos e est. dados que representem a imagem de forma 3D e a convertam no momento da representação
- Representação matricial:
  - (W.x, W.y, W.z, W)
- Transformações 3D são uma extensão dos métodos 2D, incluindo-se a coordenada Z

Escala

- multiplicação de cada uma das coordenadas pelo fator de escala correspondente
- **Efeito**: aproximação ou afastamento do ponto em relação à origem do sistema, proporcionalmente, em cada eixo, aos fatores de escala aplicados

Escala

- Escala = $\begin{bmatrix} Ex & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ey & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ez & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

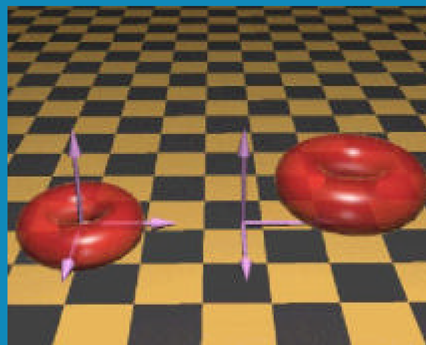
$$[x' \quad y' \quad 1] = [x \quad y \quad z \quad 1] . \begin{bmatrix} Ex & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ey & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ez & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Escala

- Se, no entanto, optarmos por representar o vetor por vetor coluna, teremos:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Escala



Observação: há alteração da distância do objeto à origem, novamente!!!!

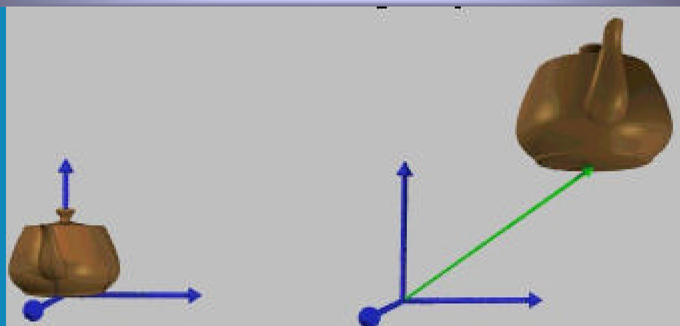
Translação

- Transformação de corpo rígido, pois não modifica a forma do objeto:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix} T$$

Translação

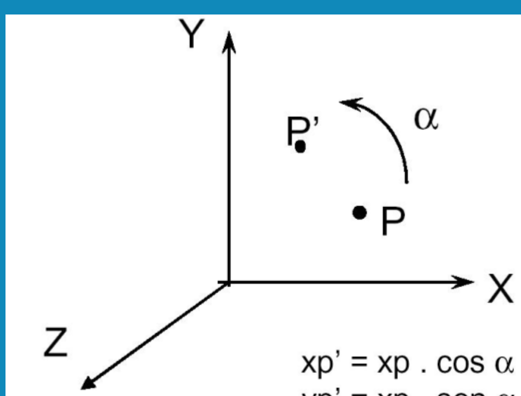


Ou, pode ser:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotação

- Em torno de z:



xp' = xp . cos α - yp . sen α
yp' = xp . sen α + yp . cos α
zp' = zp

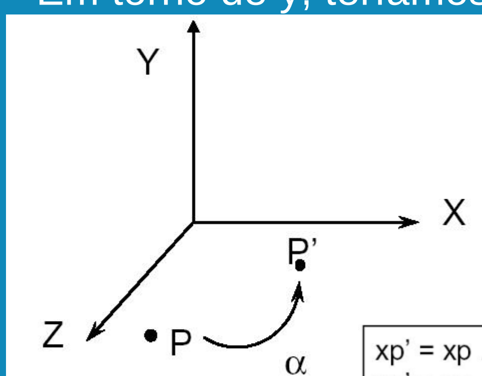
Rotação em torno de z

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos a & \operatorname{sen} a & 0 & 0 \\ -\operatorname{sen} a & \cos a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad w] = [x \quad y \quad z \quad w].R_z$$

Rotação em torno de y

- Em torno de y, teríamos:



xp' = xp . cos α + zp . sen α
yp' = yp
zp' = - xp . sen α + zp . cos α

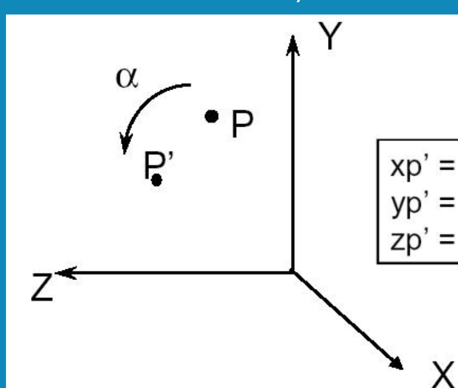
Rotação em torno de y

$$Ry = \begin{bmatrix} \cos q & 0 & -\operatorname{sen} q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \operatorname{sen} q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad w] = [x \quad y \quad z \quad w].R_y$$

Rotação em torno de x

- Em torno de x, teríamos:



xp' = xp
yp' = yp . cos α - zp . sen α
zp' = yp . sen α + zp . cos α

Rotação em torno de x

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & \operatorname{sen} a & 0 \\ 0 & -\operatorname{sen} a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad w] = [x \quad y \quad z \quad w].R_x$$

Rotação em torno de um eixo arbitrário

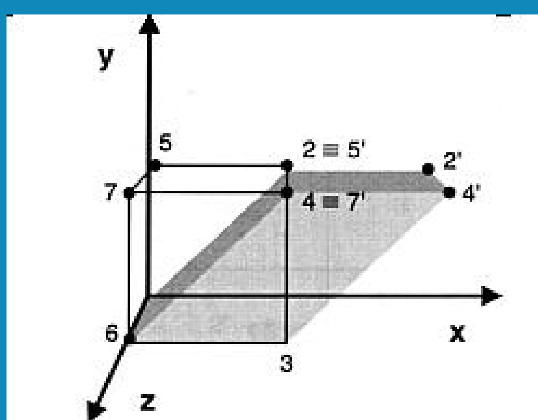
- Sejam (a, b, c) e (a', b', c') os pontos que determinam os eixo
- o eixo não está paralelo à qualquer dos eixos de coordenadas - se sim, os passos seguintes serão reduzidos
- Passos do algoritmo:
  - Translação de forma a fazer o eixo de rotação passar pela origem (T_x = -a; Ty = -b; T_z = -c);

Rotação em torno de um eixo arbitrário

- Rotação em torno de eixo **x**, de forma que o eixo de rotação fique no plano xz; (ângulo θ);
- Nova rotação em torno de eixo y (ângulo β) até que o eixo de rotação coincida com o eixo **z**;
- Rotação em torno de eixo **z** com o ângulo desejado (α) ;
- Rotação de - β em torno do eixo y;
- Rotação de - θ em torno do eixo **x**;
- Translação com (T_x = a; T_y = b; Tz = c). inversa

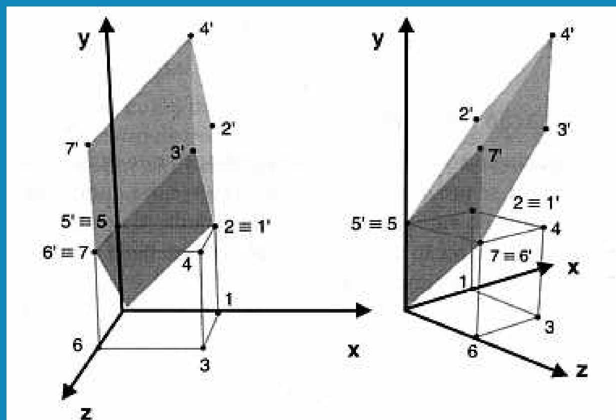
$$\text{Novo\_Ponto} = \text{Ponto\_velho}.\ T.R_x.R_y.R_a.R_y^{-1}.R_x^{-1}.T^{-1}$$

Cisalhamento



Cisalhamento em um cubo unitário - Azevedo e Conci, 2003

Cisalhamento



Duas vistas do mesmo cisalhamento na direção y em função das coordenadas x e y de cada ponto - Azevedo e Conci, 2003